Technologies developed within the limits of this direction and the equipment can be used in various industries, in particular, in dairy.

Keywords: cavitation, hydrodynamics, heat, ultrasound, reactor.

ДИНАМИЧЕСКОЕ ГАШЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ В СИСТЕМЕ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

С. Н. Стребуляев, к.т.н., доцент, старший научный сотрудник института прикладной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского

Аннотация. Рассмотрена математическая модель динамического гасителя колебаний в линейных системах с двумя степенями свободы. Проведен анализ динамических характеристик системы и найдены оптимальные параметры, обеспечивающие минимум амплитуды колебаний основной системы. Результаты исследований получены на ЭВМ с использованием системы аналитических вычислений Maple.

Ключевые слова: математическая модель, инерционные, жесткостные и диссипативные характеристики, оптимальные параметры, минимум амплитуды колебаний, вычислительный эксперимент на ЭВМ.

Машина или какая-либо ее часть [1], находящаяся под действием периодического возмущения, силового или кинематического, может испытывать значительные колебания, особенно в областях частот, близких к резонансным. Попытки освободиться от источника возмущения (это чаще всего невозможно) или избежать условий резонанса за счет изменения массы или упругости подвески и соединений могут быть связаны с существенными конструктивными изменениями основной системы. Поэтому при внешнем возмущении постоянной частоты бывает эффективным использование динамического гашения колебаний или применение динамических гасителей колебаний.

В настоящей работе рассматриваются результаты проведенного автором анализа колебательных свойств системы с двумя степенями свободы для динамического гашения колебаний. С использованием средств вычислительной техники и программного обеспечения Maple найдены оптимальные параметры по критерию минимума амплитуды колебаний основной системы. Рассматриваемая колебательная система [1,2], включает в себя основную систему и динамический гаситель. Динамическим гасителем называется дополнительная малая масса, упруго присоединяемая к основной (или главной) колебательной системе.

В реальных колебательных системах всегда имеется множество параметров, характеризующих их свойства, такие как инерционные, жесткостные, диссипативные, а также параметры, характеризующие внешнее возмущение. В рассматриваемой линейной постановке полагается трение прямо пропорциональным скорости - вязкое трение.

Расчетная схема рассматриваемой динамической системы приведена на рис. 1, где m_0, m_1 - массы твердого тела основной системы и динамического гасителя, соответственно, c_0, c_1 - жесткости подвесок основной системы и гасителя, h_0 и h_1- коэффициенты демпфирования в подвесках основной системы и гасителя соответственно, F_0 - амплитуда внешней силы, действующей на основную массу, x_0 - частота возбуждения, $x_0(t)$ - перемещение основного твердого тела, $x_1(t)$ - перемещение гасителя.

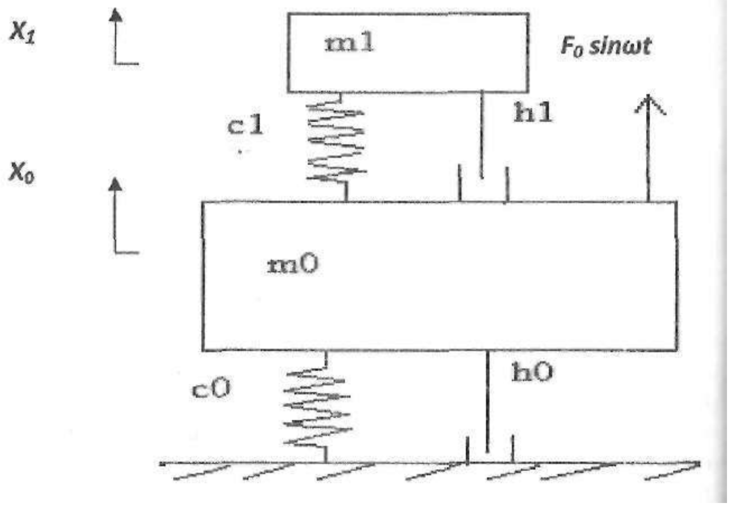

Рис.1. Расчетная схема динамической системы

Будем рассматривать колебания около положения статического равновесия. Как принято в теории колебаний, силы тяжести при этом не учитываем, так как от них зависит лишь положение статического равновесия.

Математическая модель, описывающая рассматриваемый колебательный процесс, представляется в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений четвертого порядка(1)

$$\begin{cases} m_0\ddot{x}_0(t) + (h_0 + h_1)\dot{x}_0(t) + (c_0 + c_1)x_0(t) - h_1\dot{x}(t) - c_1x_1(t) = F_0\sin(\omega t) \\ m_1\ddot{x}_1(t) - h_0\dot{x}_0(t) - c_1x_0(t) - h_1\dot{x}_1(t) + c_1x_1(t) = 0 \\ \end{cases}$$

При переходе к безразмерным координатам $x_i\ (t) \rightarrow y_i(t)$ bмеем систему дифференциальных уравнений вида:

(2)

$$\begin{cases} \Omega^2 \ddot{y}_0(t) + (q_0 + \mu\theta q_1)\Omega\dot{y}_0(t) + (1 + \mu\theta^2)y_0(t) - \mu\theta q_1\Omega\dot{y}_1(t) - \mu\theta^2 y_1(t) = \sin(\Omega t) \\ \Omega^2 \ddot{y}_1(t) + q_1\theta\Omega\dot{y}_1(t) + \theta^2 y_1(t) - q_1\theta\Omega\dot{y}_0(t) - \theta^2 y_0(t) = 0 \end{cases}$$

где — - отношение масс гасителя, и основной системы,

—

— - парциальная частота гасителя,

—

— - собственная частота основной системы без гасителя,

— - настройка гасителя,

— - безразмерная частота возбуждения,

$$q_0 = \frac{2h_0}{h_{0кр}}; \quad h_{0кр} = 2m_0\omega_0,$$

$$q_1 = \frac{2h_1}{h_{1кр}}; \quad h_{1кр} = 2m_1\omega_1,$$

$$\bar{a}_0 = \frac{a_0}{a_{0cm}}; \; \bar{a}_1 = \frac{a_1}{a_{0cm}}; \; a_{0cm} = \frac{F_0}{c_0};$$

$a_{0\ cm}$ - условно-статический прогиб основной системы, a_0 и a_1 - безразмерные амплитуды колебаний основной системы и гасителя, соответственно. При этом значения всех параметров qo, qi, 6, ц, П изменяются от нуля до единицы.

Для отыскания характеристик вынужденных колебаний использован метод комплексных амплитуд. Согласно этого метода, получаем систему алгебраических уравнений относительно амплитуд колебаний основной массы a_0 и гасителя a_1:

$$\begin{cases} \left[\left(1+\mu\theta^2-\Omega^2\right)+i\left(q_0+\mu\vartheta q_1\right)\Omega\right]a_0-\left(\mu\theta^2+i\mu\theta q_1\Omega\right)a_1=1 \\ -\left(\theta^2+iq_1\theta\Omega\right)a_0+\left[\left(\theta^2-\Omega^2\right)+iq_1\theta\Omega\right]a_1=0, \end{cases} \quad (3)$$

Решая эту систему уравнений и разделяя вещественную и мнимую части, получаем аналитические выражения для амплитуд колебаний:

$$a_0=\sqrt{\frac{\left(\theta^2-\Omega^2\right)^2+\left(q_1\theta\Omega\right)^2}{A^2+B^2}};$$

$$a_1=\sqrt{\frac{\left(\theta^2\right)^2+\left(q_1\theta\Omega\right)^2}{A^2+B^2}}. \quad (4)$$

$$A=\Omega^4-\left(1+q_0q_1\theta+\left(1+\mu\right)\theta^2\right)\Omega^2+\theta^2;$$

$$B=-\left(q_0+\left(1+\mu\right)q_1\theta\right)\Omega^3+\left(q_0\theta+q_1\right)\theta\Omega,$$

Из выражения (4) видно, что ни при какой настройке гасителя амплитуда колебаний основной системы a_0 в нуль не обращается. Но, если $q_i= 0$ (демпфирование в гасителе отсутствует), то $a_0 = 0$ при любых   , а демпфирование в основной системе q_0, в этом случае, на этот качественный результат не влияет. Это и является известным эффектом динамического гашения, когда колебания основной массы полностью гасятся с помощью некоторой вспомогательной малой массы при парциальной частоте гасителя, равной частоте возбуждения. Амплитуда колебаний гасителя a_1 при этом отлична от нуля и конечна.

Следует отметить, что при учете трения $(q_1 \neq 0)$ вычислительные процедуры для поиска оптимальных параметров гасителя по критерию минимума амплитуды колебаний основной системы значительно усложняются. Для операций над довольно громоздкими выражениями, получающимися при расчетах, была использована ЭВМ и система аналитических вычислений Maple версия 10.

В дальнейшем будем анализировать амплитуду колебаний основной системы a_0 в зависимости от ее независимых переменных q_0, q_1, θ, μ, Ω, то есть функцию $a_0 = f(q_0, q_1, \theta, \mu, \Omega)$. Необходимо отметить, что все независимые переменные изменяются в пределах от нуля до единицы, что в некоторой степени облегчает исследование этой функции и поиск оптимальных параметров.

Эта амплитуда является функцией от пяти переменных: q_0, q_1, θ, μ, Ω, т.е. $a_0 = f(q_0, q_1, \theta, \mu, \Omega)$ и представляет собой корень квадратный из дробно-рационального выражения.

Функция является аналитической и большей нуля для всех значений переменных из их области изменения.

На первом этапе моделирования на ЭВМ использовался традиционный подход, применяемый при нахождении экстремумов функции от нескольких переменных $a_0 = f(q_0, q_1, \theta, \mu, \Omega)$, связанный с решением системы алгебраических уравнений: $f'_j=0$, где $j = q_0, q_1, \theta, \mu, \Omega$.

Анализ множества точек экстремумов показывает, что все они находятся на границах пятимерного куба, с длиной ребра равной единице. В частности, получен вариант гасителя колебаний, описанный выше, когда демпфирование в гасителе отсутствует $q_i = 0$ и $\theta = \Omega$.

На втором этапе проводился многофакторный вычислительный эксперимент по анализу зависимости $a_0 = f(q_0, q_1, \theta, \mu, \Omega)$ в трехмерном пространстве, когда три из пяти переменных зафиксированы. Часть из полученных результатов приведены ниже.

Так для значений $\theta = 0.8, 0.5, 0.1$ (рис. 2) наблюдается резкое снижение амплитуды колебаний a_0 для $\theta = \mathbf{\Omega} = 0.5$ при $q_1 \to 0$, $q_0 \to 1$

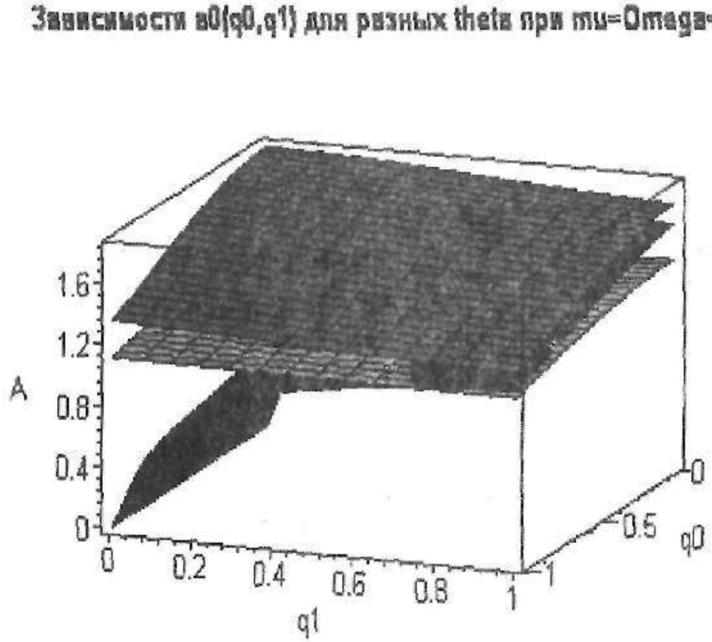

Рис. 2. Зависимости амплитуды колебаний от коэффициентов трения

При значениях μ = 0.8, 0.5, 0.1 (рис.3) наблюдается аналогичная ситуация: $a_0 \rightarrow 0$ при $q_1 \rightarrow 0$, $q_0 \rightarrow 1$. При этом наиболее интенсивное убывание наблюдается для μ = 0.8.

Рис. 3. Зависимости амплитуды колебаний
для разных значений частот

В дальнейшем проводились численные расчеты колебательных характеристик $y_0(t)$ и $y_1(t)$ с использованием системы дифференциальных уравнений (2).

Применялась процедура численного интегрирования этой системы по схеме Рунге-Кутта. Для различных наборов независимых переменных определялась амплитуда колебаний a_0 основной системы (рис.4).

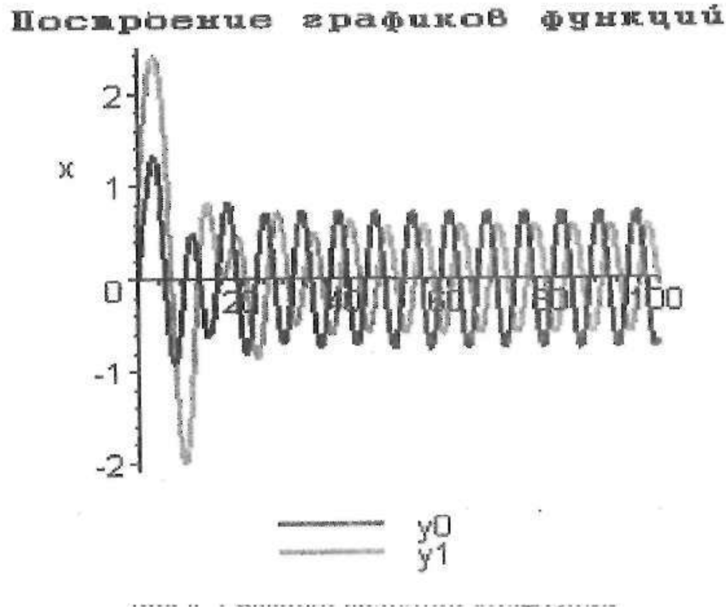

Рис.4. Графики функций колебаний
основной системы и гасителя

В результате проведенных расчетов на ЭВМ с целью определения минимальной амплитуды колебаний основной системы $a_{0\,min}$ были выявлены следующие закономерности. Для достижения минимума амплитуды необходимо увеличивать одну из характеристик трения q_0, настройку гасителя θ и частоту внешней возмущающей силы Ω. Отношение массы гасителя к основной системе μ также необходимо увеличить. Выяснилось также, что наибольшее влияние на уменьшение a_0 оказывает q_0, наименьшее - q_1.

Результаты этих исследовании совпадают с уточненными результатами вычислительного эксперимента [3], проведенного на основе оптимальных настроек, предложенных в [1].

Данные вычислительного эксперимента свидетельствуют о том, что для рассматриваемых систем, имеющих гаситель с трением, существуют значения параметров, при которых улучшаются их динамические характеристики.

В связи с тем, что при проектировании конкретных колебательных динамических систем имеется большое разнообразие вариантов их конструкций, необходимо в каждом конкретном случае проводить моделирование и поиск их оптимальных параметров.

Библиографический список

1. Карамышкин, В. В. Динамическое гашение колебаний. - Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1988.-108 с.

2. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле. М.: Наука, 1967.-444 с

3. Стребуляев, С. Н. Динамическое гашение колебаний в системах, с двумя степенями свободы // Ученые записки Волго-Вятского отделения Международной Славянской академии наук, образования, искусств и культуры, 1011.- №28. -С 19.

SEARCH OF OPTIMUM PARAMETERS AT DYNAMIC CLEARING FLUCTUATIONS IN SYSTEM WITH TWO AMOUNTS OF FREEDOM

S. N. Strebulyaev, the candidate of technical sciences, the docent, the senior scientific worker of the Institute of applied mathematics and cybernetics of the Nizhniy Novgorod state university by N. I. Lobachevsky

Annotation. The mathematical model dynamic extinguishment fluctuations in linear systems with two amounts of freedom are considered.

The analysis of dynamic characteristics of system is lead and the optimum parameters providing a minimum of amplitude of fluctuations of the basic system are found.

Results of researches are received on the computer with use of system of analytical calculations Maple.

Keywords: mathematical model, inertial, harden and dissipative characteristics, optimum parameters, a minimum of amplitude of fluctuations, computing experiment on the computer.

ИЗУЧЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ ПОДГОТОВКИ ЗЕРНА К ПОМОЛУ

О. В. Михайлова, д.т.н., профессор, Чувашская государственная сельскохозяйственная академия;

А. Н. Коробков, преподаватель кафедры «Электрификация и автоматизация», ГБОУ ВПО «Нижегородский государственный инженерно-экономический институт»