

## RESEARCH OF CROSS-SECTION NON-UNIFORMITY OF BAR SPRAYING BY THE SPRAYER WITH HYDRAULIC TWOSTREAM SLOT-HOLE SPRAYS OF FIRMS «LECHLER and TEEJET»

*A. D. Trifonov, the candidate of technical science, the docent of the Agrarian University (Plovdiv), Bulgaria*

Annotation. Non-uniformity of spraying is experimentally certain by a solution of plants at a variation of geometrical parameters of position of sprays. Two types of sprays participated in experience - Teejet TJ - 60 and Lechler IDKT. Research is custom-made the farmer and has applied character.

**The keywords.** Spray, experiment, non-uniformity, geometrical parameters, variation.

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДУШНОГО ПОТОКА В ПНЕВМОСЕПАРИРУЮЩЕМ КАНАЛЕ

*Н. В. Турубанов, старший научный сотрудник лаборатории механизации животноводства Государственного научного учреждения Зональный научно-исследовательский институт сельского хозяйства северо-востока Россельхозакадемии (ГНУ НИИСХ Северо-Востока Россельхозакадемии)*

**Аннотация.** В статье приведены два метода решения инженерной задачи о движении воздушной среды в пневмосепарирующем канале молотковой дробилки. Рассмотрено движение воздушного потока по каналу без учета турбулентного трения и произведен расчет усредненного поля скоростей воздушного потока с учетом турбулент-

ного трения. Сделан вывод о том, что из сравнения двух методов расчета по конечно-элементной модели более точные результаты получены по уравнениям, учитывающим вязкость турбулентного потока.

**Ключевые слова:** воздушный поток, дробилка, метод, расчет, поле скоростей.

Необходимость проведения исследований воздушного потока в пневмосепарирующем канале обусловлена близостью расположения генератора воздушного потока - ротора молотковой дробилки, который создает вихревое поле скоростей, ухудшающее обеспечение равных условий сепарации во всех зонах пневмосепарирующего канала. В большинстве прикладных задач аналитическое решение затрудняется учетом разнообразных граничных условий, накладываемых на движение потока, и наличием дисперсных частиц, которые создают сопротивление движению воздуха. Поэтому выбор метода решения инженерных задач о движении воздушной среды в технических устройствах является актуальным и необходимым для получения расчетных соотношений.

Рассмотрим движение воздушного потока по каналу без учета турбулентного трения.

При движении воздуха в каналах и камерах, в соответствии с теорией Прандтля, поток можно разбить на две области: сравнительно тонкий слой, располагающийся вблизи твердых стенок - пограничный слой, где влиянием вязкости воздуха пренебречь нельзя, и прочую часть потока, в которой можно пренебречь вязкостью и течение в ней описывается законами идеальной жидкости.

Характер течения вязкой жидкости, которой является воздух при давлениях близких к атмосферному, определяется числом Рейнольдса  $Re$

$$Re = \frac{vl}{\nu},$$

где  $v$  - скорость потока;  $l$  - характерный размер (глубина канала);  $\nu$  - кинематическая вязкость.

В канале поток является турбулентным во всех точках за исключением очень тонкого ламинарного слоя, который не рассматривался, так как его толщина составляет 1...2 мм.

Турбулентные потоки описываются путем представления мгновенных значений переменных и скоростей, как суммы среднего значения  $\vec{v}$  и случайного отклонения от него  $\vec{v}'$ :

$$\vec{v}_T = \vec{v} + \vec{v}'.$$

Усредненное турбулентное течение удовлетворяет условию неразрывности, которое при плоском течении запишется:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0.$$

Рассматриваем усредненные значения параметров турбулентного потока как характеристики потенциального течения, для которого возможно записать уравнение Лапласа:

$$\nabla^2 u = 0,$$

где  $\nabla$  - оператор Гамильтона,  $u$  - потенциал скорости.

При плоском течении это уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Функция  $u$  имеет физический смысл величины, пропорциональной избыточному статическому давлению в потоке, взятому с противоположным знаком. Граничные условия для уравнения (1) бывают двух типов:

а) главные граничные условия на  $S_1$  (рис. 2.1) вида  $u = \bar{u}$

б) естественные граничные условия на  $S_2$  с заданием нормальной составляющей скорости

$$\bar{q}_n = \frac{\partial u}{\partial n},$$

где  $\vec{n}$  - нормаль к границе.

Решение уравнения (1) может быть проведено численно, например, методом конечных разностей, либо приближенными аналитическими методами. Наиболее эффективным из последних является метод Галеркина [1, 2].

Основными этапами применения метода являются следующие [3, 4]:

1) дискретизация задачи, то есть представление области в виде совокупности конечных элементов, взаимосвязанных в узловых точках;

2) получение матриц элементов;

3) построение общей матрицы для всей области и вектора нагрузки;

4) наложение граничных условий;

5) решение системы уравнений;

6) расчет любой другой функции, зависящей от узловых неизвестных.

После проведения всех соответствующих расчетов с учетом граничных условий, определяем скорости воздушного потока:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{n1} \\ u_{n2} \\ u_{n3} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

С помощью приведенных отношений можно вычислить  $v_x$ ,  $v_y$  для всех элементов, причем в данном случае эти величины постоянны в пределах каждого из элементов. Схема разбиения пневмосепарирующего канала на конечные элементы и результаты расчета поля скоростей приведены на рисунке 1, а.

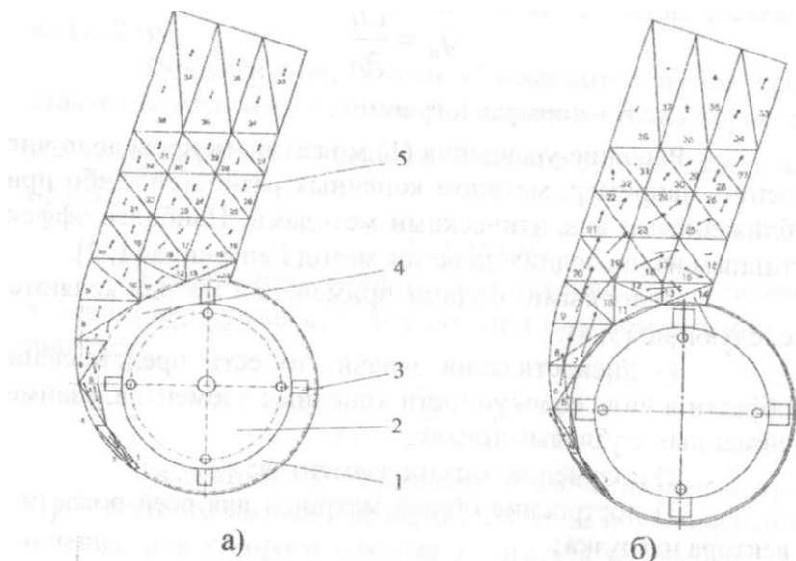


Рис. 1. Схема разбиения пневмосепарирующего канала на конечные элементы:

а) результаты расчета поля скоростей: 1 - камера измельчения; 2 - ротор; 3 - молоток; 4 - окно выгрузки готового продукта и возврата недоизмельченного зерна; 5 - канал пневмосепарирующий; б) экспериментальное поле скоростей воздушного потока в пневмосепарирующем канале дробилки

Для проверки теоретических расчетов проведены измерения величины и направления скорости воздушного потока в центрах соответствующих элементов. Результаты измерений отображены на рисунке 1,б . Длина и направление векторов на рисунке 1 соответствуют величине и направлению скорости, полученной в результате расчета и эксперимента с учетом масштаба.

Общий характер теоретического и экспериментального распределения полей скоростей совпадают, однако, теоретическое распределение более равномерно по ширине канала на выходе, что обусловлено допущением потенциального течения потока без учета его вязкости и завихренности (в элементах 38, 37, 31 направления скоростей не совпадают с экспериментальными).

Результаты расчетов поля скоростей воздушного потока в каналах и камерах, как потенциального потока, можно рассматривать лишь как первое приближение к реальному движению среды. О чем говорит и сравнение этих результатов с экспериментальными данными. Хаотичное движение частиц турбулентного потока приводит к случайным пульсациям скорости и давления в каждой его точке, что делает невозможным интегрирование уравнений движения вязкой жидкости при больших числах Рейнольдса[4].

Произведем расчет усредненного поля скоростей воздушного потока с учетом турбулентного трения.

Запишем уравнения импульсов для потока воздуха [58]:

$$-\frac{\partial p}{\partial x_k} + \frac{\partial \tau_{jk}}{\partial x_i} + \rho \chi_k = \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho v_j \cdot v_k) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_k), \quad (3)$$

где (как и далее) предполагается суммирование по повторяющемуся индексу  $j - 1,2,3$ , что соответствует координатам  $x,y,z$ ;  $p$  - статическое давление;  $\tau_{jk}$  - вязкие напря-

жения;  $\rho$  - плотность потока;  $\chi_k$  - удельные объемные силы;  $v_j, v_k$  - скорости в проекции на соответствующее направление -  $j, k$ .

В турбулентном потоке представим мгновенные значения переменных как сумму средних их значений и случайного отклонения от них:

$$\begin{cases} \bar{v} = \bar{v}' + \bar{v}''; \\ p = p' + p''. \end{cases} \quad (4)$$

Подстановка вместо  $\vec{v}$  и  $p$  выражений (4) и применение оператора осреднения  $\langle \dots \rangle$  ко всем членам уравнения (3) приводит к соотношению:

$$-\frac{\partial p'}{\partial x_k} + \langle \rho \chi_k \rangle + \frac{\partial}{\partial x_j} (\langle \tau_{jk}^f \rangle - \rho_0 \langle v_j^n v_k^n \rangle) = \rho_0 \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j^{v_k'}) + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} v_k' \quad (5)$$

Представим члены второго порядка как дополнительные напряжения, тогда:

$$\tau = \tau^f + \tau'; \quad (6)$$

$$\langle \tau_{jk}^f \rangle = -\rho_0 \langle v_j^n v_k^n \rangle, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  - средняя плотность среды. Предположим, что поток воздуха - это несжимаемая Ньютоновская жидкость, то есть:

$$\tau_{jk}^f = \mu^f \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

$$\rho = \rho_0; \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0; \quad (9)$$

где  $\mu^f$  - динамическая вязкость воздуха.

Подставим  $\tau_{jk}^f$  в уравнение (5) и опустим штриховые индексы, полагая  $\vec{v}$  и  $p$  осредненными:

$$-\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{p}{\rho_0} \right) + \chi_k + v^f \nabla^2 v_k + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{jk}^f = \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j v_k) + \frac{\partial}{\partial t} v_k, \quad (10)$$

где кинематическая вязкость  $\nu^f = \frac{\mu^f}{\rho_0}$

Предполагая изотропию для рейнولدсовых напряжений  $\tau_{jk}^f$ , введем коэффициент  $\eta$  - «вихревой» вязкости:

$$\tau_{jk}^f = \eta \rho_o \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right)$$

тогда, объединяя в соответствии с выражением (6) диссипативные слагаемые и вязкости:

$$\nu = \nu^f + \eta$$

получим из выражения (10) уравнение:

$$-\frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{P}{\rho_o} \right) + \chi_k + \nu \nabla^2 v_k = \frac{\partial}{\partial x_j} (v_j v_k) + \frac{\partial}{\partial t} v_k \quad (12)$$

$$k = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3,$$

в котором коэффициент  $\nu$  - кинематической «вихревой» вязкости, учитывающий и ламинарную вязкость воздуха, в соответствии с уравнением (11).

Таким образом, для осредненных значений скоростей и давлений учет пульсаций воздушного потока сводится к появлению дополнительных диссипативных слагаемых в уравнении импульсов, которые учтены вместе с вязкими членами в последнем слагаемом левой части уравнения (12).

Остановимся на случае плоского течения  $k = 1, 2; j = 1, 2$ . Уравнения (12) и уравнение неразрывности (9) составляют полную систему уравнений, которая с учетом граничных условий позволяет определить распределение поля осредненных скоростей воздушного потока.

Введем в рассмотрение функцию тока  $\psi$  [5], с целью исключения из уравнения (12) статического давления  $p$  и тождественного выполнения уравнения неразрывности течения (9). Функция тока  $\psi$  определяется с точностью до постоянного слагаемого таким образом, что компоненты скорости связаны с ней соотношениями:

$$v_1 = \frac{\partial \psi}{\partial x_2}; v_2 = \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \quad (13)$$

$$x_1 = x; x_2 = y; v_1 = v_x; v_2 = v_y$$

Продифференцируем первое уравнение (12) по  $x_2$ , а второе по  $x_1$  и вычтем одно из другого с учетом (13), получим:

$$\frac{\partial \chi_1}{\partial x_2} - \frac{\partial \chi_2}{\partial x_1} + v \nabla^4 \psi = \frac{D}{Dt} (\nabla^2 \psi) \quad (14)$$

При отсутствии распределенных массовых сил  $\chi_1$  и  $\chi_2$  уравнение (14) примет вид:

$$v \nabla^4 \psi = \frac{D(\nabla^2 \psi)}{Dt} \quad (15)$$

С целью понижения порядка производных введем функцию завихренности  $\omega$ :

$$\omega = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) = -\frac{1}{2} \nabla^2 \psi \quad (16)$$

тогда, подставляя (15) в (16), получим:

$$v \nabla^2 \omega = \frac{D\omega}{Dt} \quad (17)$$

$$\text{где } \omega = -\frac{1}{2} \nabla^2 \psi \quad (18)$$

Естественные граничные условия для уравнений (17), (18):

$$\begin{cases} v \frac{\partial \omega}{\partial n} = g_{\omega} & \text{на } S_{\omega}; \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \psi}{\partial n} = g_{\psi} & \text{на } S_{\psi}. \end{cases} \quad (19)$$

Главные граничные условия соответствуют заданию значения функций тока  $\psi$  и завихренности  $\omega$  на границе области.

Для получения конечно-элементной модели решения уравнений (17), (18) с учетом граничных условий (19) применим для области течения одного конечного элемента метод Галеркина, и проведя соответствующие преобразования, получаем одно дифференциальное матричное уравнение для завихренности и одно алгебраическое для функции тока:

$$[M]\{\dot{\omega}\} + [H]\{\omega\} + v[K]\{\omega\} = \{B_{\omega}\}; \quad (20)$$

$$\frac{1}{2}[K]\{\psi\} = \{B_{\psi}\} + [M]\{\omega\}, \quad (21)$$

где все матрицы имеют глобальную нумерацию узлов и размеры, соответствующие числу узловых точек.

Для получения единственного решения уравнений (20), (21) необходимо учесть главные граничные условия путем задания значений функций тока и завихренности для некоторых узлов на границе области.

Интегрирование уравнений (20) эффективно проводить явными методами вследствие существенной их нелинейности. Нами использован метод Рунге-Кутты четвертого порядка в одной из его модификаций. То есть на каждом шаге по времени  $\Delta t$  вычислялись четыре значения завих-

ренности в интервале  $t_i \leq t \leq t_i + \Delta t$ . Уравнение (20) схематично представим в виде:

$$\left\{ \frac{d\omega}{dt} \right\} = \{ f(\omega) \}.$$

Вычисление поля скоростей воздушного потока при известных узловых значениях функций тока в соответствии с уравнениями (13) проводилось с помощью программного цикла по элементам и матричному соотношению:

$$\begin{Bmatrix} v_x \\ v_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \psi^1 \\ \psi^2 \\ \psi^3 \end{Bmatrix}. \quad (22)$$

Таким образом, проекции скорости от, и>; необходимо отнести к центру тяжести треугольного элемента, так как предполагается линейное изменение функций тока и завихренности внутри области каждого конечного элемента. Развитие скорости ( $v_x$ ,  $v_y$ ) во времени соответствует распространению завихренности  $\{\omega\}$  по области течения.

Для проведения экспериментальных исследований движения воздушного потока область течения разбита на конечные элементы в пневмосепарирующем канале дробилки зерна. Источник завихренности располагается на оси ротора дробилки (узел 41). Исходная завихренность со в остальных узлах равнялась нулю. Граничными условиями были приняты постоянные значения функции тока  $\psi$  на границе области с узлами: 1, 3, 6, 13, 19, 25, 35 и на границе с узлами 10, 18, 24, 30, 40. Завихренность в узле 41  $\omega = -50$  рад/с, что соответствует вращению сопутствующего потока ротору, в узлах 2, 36, 37, 38, 39 полное отсутствие завихренности потока ( $\omega = 0$ ). По алгоритму рассчитывалось распространение завихренности по области течения во времени и соответствующее изменение значений функции

тока, по которой в соответствии с выражениями (22) определялись скорости воздушного потока в центре тяжести каждого элемента на каждом шаге интегрирования по времени.

На рисунке 2,а представлено поле скоростей потока в пневмосепарирующем канале после выхода на установившийся режим при кинематической вихревой вязкости  $\nu = 0,06 \text{ м}^2/\text{с}$ . Сравнение с экспериментальной картиной течения (рис. 2,б) показывает удовлетворительную точность расчетов не только по направлению скоростей потоков, но и по распределению отклонений значений скоростей от средних значений (длина векторов скоростей соответствует их нормированному модулю).

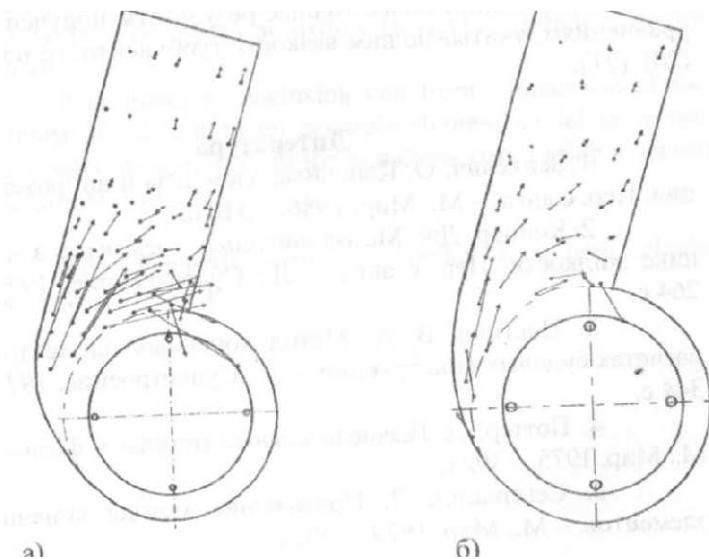


Рис. 2. Поле скоростей воздушного потока:  
а) расчетное; б) экспериментальное

Сравнение поля скоростей, рассчитанного, показывает лучшее совпадение с экспериментальными исследованиями, чем по модели течения потенциального потока (рис. 1,а).

На основании проведенных теоретических исследований течения воздушного потока в пневмосепарирующем канале дробилки можно сделать выводы:

- предложенная конечно-элементная модель расчета поля скоростей воздушного потока позволяет оценить распространение завихренности во времени по длине канала и рассчитать значения функции тока в каждый момент времени, по которым находятся векторы скорости в зависимости от координат точек поля;

- из сравнения двух методов расчета по конечно-элементной модели более точные результаты получены по уравнениям, учитывающим вязкость турбулентного потока (20), (21).

### **Литература**

1. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация: Пер. с англ. - М: Мир, 1986. - 316 с.
2. Коннер, Дж. Метод конечных элементов в механике жидкости. Пер. с англ. - Л.: Судостроение, 1979. -264 с.
3. Постнов, В. А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. - Л.: Судостроение, 1974. -344 с.
4. Поттер, Д. Вычислительные методы в физике. - М.:Мир, 1975.-392 с.
5. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир, 1979. - 392 с.

## MATHEMATICAL MODELLING AIRFLOW IN THE PNEUMOSEPARATING CHANNEL

*N. V. Turubanov, senior researcher, laboratory of animal mechanization State scientific institution Zonal research institute of agriculture northeast Rosselhozakademii (GNU NIISX Nort-Heast Rosselhozakademii)*

**Annotation.** In article two methods of the decision of an engineering problem about movement of the air environment in the pneumoseparating channel hammered crushers are resulted.

Movement of airflow on the channel without taking into account turbulent friction is considered and calculation of the average field of speeds of airflow in view of turbulent friction is made.

It is drawn a conclusion that from comparison of two methods of calculation on certainly-element model more precise results are received on the equations considering viscosity of a turbulent stream.

**The keywords.** Airflow, a crusher, a method, calculation, a field of speeds.