УДК 62-69

Е. Б. МИРОНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТЕЙ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА И ЭФФЕКТИВНОСТИ ОРЕБРЕНИЯ ОТ ПАРАМЕТРОВ РЕБРА МИНЖС

Ключевые слова: *индукционный нагреватель жидких сред, спирально-винтовое ребро, тепловой поток, теплопроводность, эффективность оребрения.*

Аннотация. *Приводятся расчетные математические выражения эффективности оребрения и теплового потока, отводимого ребром модернизированного индукционного нагревателя жидких сред.*

Спирально-винтовое ребро (рис. 1) представляет собой сложный трехмерный объект.

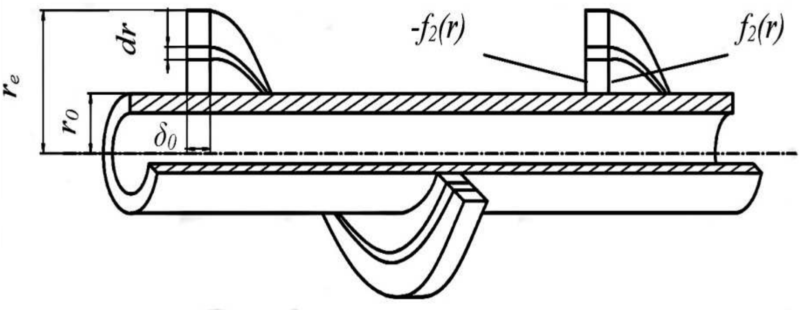

Рисунок 1 – спирально-винтовое ребро прямоугольного профиля

Для упрощения решения задачи теплообмена его можно представить в виде совокупности последовательно соединенных радиальных колец. Таким образом, мы сводим решение задачи к рассмотрению двухмерной математической модели.

Обобщенное дифференциальное уравнение теплопроводности радиального ребра [1, с. 98]**.** Одно кольцо оребрения представлено на рисунке 2.

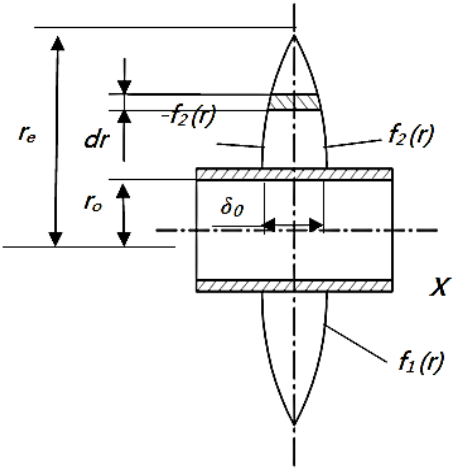

Рисунок 2 – Радиальное ребро произвольного профиля

Согласно литературе [1, с. 98], здесь введены следующие обозначения. Элементарная площадь поперечного сечения ребра $dS = f_1(r)dr$. Профиль ограничен двумя симметричными кривыми $y = f_2(r)$ и $y = - f_2(r)$. Поэтому$f_1(r) = 2f_2(r)$. Обозначим черезQтемпературу ребра, которая является функцией r.

Тепловой поток в радиальном направлении через элементарную площадку ds равен:

$$dW = j_r \cdot dS .$$

Плотность теплового потока j:

$$j_r = -\lambda_p \frac{dQ}{dr} .$$

$W(r)$ тепловой поток в ребре на расстоянии r от оси X равен:

$$W(r) = j_r \cdot 2\pi r \cdot dx .$$

В «нашей» модели $dx = 2 f_2(r)$.

И получим выражение для $W(r)$:

$$W(r) = -\lambda_p \frac{dQ}{dr} \cdot 2\pi r \cdot 2 f_2(r).$$

Тепловой поток, пересекающий границу $r+dr$, определяется, тем же выражением за исключением значения аргумента.

В единицу времени в элементе ребра dr за счет теплопередачи в ребре накапливается тепловая энергия:

$$dW = \lambda_P \frac{d}{dr}\left[(2\pi r) \cdot 2 f_2(r) \frac{dQ}{dr}\right] dr, \tag{1}$$

где λ_P – коэффициент теплопроводности.

Это выражение для не зависящего от времени (стационарного) режима можно приравнять к тепловому потоку, покидающему элемент путем конвекции:

$$dq = 2\alpha(2\pi r dr)Q, \tag{2}$$

где α – коэффициент теплоотдачи.

$$4\pi\lambda_p \frac{d}{dr}\left(r f_2(r) \frac{dQ}{dr} \right) = 4\pi\alpha r Q.$$

Это уравнение можно представить в виде:

$$\lambda_p \left(f_2(r) \frac{dQ}{dr} + r \frac{df_2}{dr} \cdot \frac{dQ}{dr} + r f_2(r) \frac{d^2Q}{dr^2} \right) = \alpha r Q$$

или

$$\lambda_P \left[f_2(r) r \frac{d^2Q}{dr^2} + f_2(r) \frac{dQ}{dr} + r \frac{df_2(r)}{dr} \frac{dQ}{dr} \right] = \alpha Q r. \tag{3}$$

Для радиального ребра прямоугольного профиля, контур профиля имеет вид:

$$f_2(r) = \frac{\delta_0}{2} \ ,$$

гдеδ_0 – толщина ребра и ее производная равна нулю. Подставляя $f_2(r)$ и её производную в (3), получаем:

$$\frac{1}{2}\lambda_P\delta_0\left[\frac{dQ}{dr} + r\frac{d^2Q}{dr^2}\right] = \alpha Qr \, .$$

Это уравнение удобно представить в виде:

$$r^2\frac{d^2Q}{dr^2} + r\frac{dQ}{dr} - m^2r^2Q = 0 \, , \tag{4}$$

где $m = \left(2\alpha / \lambda_P\delta_0\right)^{1/2}$.

Окончательно представим:

$$\frac{d^2Q}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dQ}{dr} - m^2Q = 0 \, . \tag{5}$$

Уравнение (5) – модифицированное дифференциальное уравнение Бесселя [2, с. 278]. Его общее решение определяется соотношением:

$$Q = C_1I_0(mr) + C_2K_0(mr \ ). \tag{6}$$

Произвольные постоянные C_1 и C_2 вычисляются с помощью граничных условий:

$$\text{При} r = r_0 Q = Q_0; \tag{7}$$

$$\text{При} r = r_e \frac{dQ}{dr} = 0 \, . \tag{8}$$

Подставив эти граничные условия в (5), получим два уравнения для определения C_1 и C_2:

$$Q_0 = C_1I_0(mr_o) + C_2K_0(mr_0)\,;$$

$$0 = C_1I_1(mr_e) - C_2K_1(mr_e)\,.$$

Вычислив C_1и C_2 и подставив их в (5), получим зависимость для распределения температурного напора по радиусу:

$$Q = \frac{Q_0\left[K_1(mr_e)I_0(mr) + I_1(mr_e)K_0(mr)\right]}{I_0(mr_0)K_1(mr_e) + I_1(mr_e)K_0(mr_0)}. \qquad (9)$$

При $r = r_0$ (9), разумеется, дает $Q = Q_0$.

Тепловой поток через основание ребра определяется по общей формуле

$$q_0 = -2\pi\lambda_P r_0 \delta_0 \left.\frac{dQ}{dr}\right|_{r=r_0}.$$

Дифференцируя (9), вычисляя производную при $r = r_0$ и подставляя результат в предыдущее соотношение, получаем:

$$q_0 = 2\pi r_0 \delta_0 \lambda_P m Q_0 \left[\frac{I_1(mr_e)K_1(mr_0) - K_1(mr_e)I_1(mr_0)}{I_0(mr_0)K_1(mr_e) + I_1(mr_e)K_0(mr_0)}\right]. \qquad (10)$$

Тепловой поток, передаваемый идеально проводящим ребром $q_{id} = 2\pi\left(r_e^2 - r_0^2\right)\alpha Q_0$. Следовательно, эффективность ребра:

$$\eta = \frac{2\pi r_0 \delta_0 \lambda_P m \theta_0}{2\pi\left(r_e^2 - r_0^2\right)\alpha\theta_0}\left[\frac{I_1(mr_e)K_1(mr_0) - K_1(mr_e)I_1(mr_0)}{I_0(mr_0)K_1(mr_e) + I_1(mr_e)K_0(mr_0)}\right]. \qquad (11)$$

Учитывая, что $m^2 = 2\alpha / \lambda_P \delta_0$, запишем предыдущее соотношение в виде

$$\eta = \frac{2r_0}{m\left(r_e^2 - r_0^2\right)}\left[\frac{I_1(mr_e)K_1(mr_0) - K_1(mr_e)I_1(mr_0)}{I_0(mr_0)K_1(mr_e) + I_1(mr_e)K_0(mr_0)}\right]. \qquad (12)$$

Определение площади спирально-винтового ребра. Для этого используем цилиндрическую систему координат:

$$\vec{r} = \vec{r}(\rho, \varphi, z),$$

$\vec{r}$ – радиус вектор точки, принадлежащий ребру.

В общем случае:

$$d\vec{r} = d\rho \cdot \vec{e}_r + \rho d\varphi \cdot \vec{e}_\varphi + dz \cdot \vec{e}_k.$$

Для точек, находящихся на ребре, существует связь между dz и $d\varphi$:

$$dz = \frac{h}{2\pi} \cdot d\varphi .$$

Тогда для dr имеем:

$$d\vec{r} = d\rho \cdot \vec{e}_r + \left(\rho \cdot \vec{e}_\varphi + \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{e}_k \right) d\varphi$$

и для элементарной площади имеем:

$$ds = \left\| \left[\vec{e}_r \left(\rho \cdot \vec{e}_\varphi + \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{e}_k \right) \right] \right\| d\rho d\varphi = \left| \rho \left[\vec{e}_r \cdot \vec{e}_\varphi \right] + \frac{h}{2\pi} \cdot \left[\vec{e}_r \cdot \vec{e}_k \right] \right| d\rho d\varphi =$$

$$= \left| \rho \cdot \vec{e}_k - \frac{h}{2\pi} \vec{e}_\varphi \right| d\rho d\varphi ,$$

где $\left[\vec{e}_r \left(\rho \cdot \vec{e}_\varphi + \frac{h}{2\pi} \cdot \vec{e}_k \right) \right]$ – векторное произведение.

Соответственно, для ds получим:

$$ds = \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + \rho^2}\, d\rho d\varphi .$$

и для площади ребра, приходящейся на шаг винта, имеем:

$$s = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + \rho^2}\, d\rho .$$

Проинтегрировав выражение, получим:

$$s = \pi \left(\rho \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + \rho^2} + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \ln \left(\rho + \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + \rho^2} \right) \right) \Bigg|_{R_1}^{R_2} .$$

Тогда площадь спирально-винтового ребра составит:

$$s = \pi \left(R_2 \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + R_2^2} - R_1 \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + R_1^2} + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 \ln \frac{R_2 + \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + R_2^2}}{R_1 + \sqrt{\left(\frac{h}{2\pi} \right)^2 + R_1^2}} \right) . \quad (13)$$

Эффективность теплопередачи ребра определяется, в частности, его площадью. В этом смысле часть спирали, приходящейся на шаг винта, эквивалентна по своему тепловому действию радиальному ребру, умноженному на фактор:

$$\gamma = s/\pi\left(R_2^2 - R_1^2\right).$$

Вывод. Для расчета эффективности оребрения η спирально-винтового ребра следует использовать выражение (12). Тепловой поток $q_{0,}$ отводимый ребром, определяется выражением (10), умноженным на коэффициент γ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Керн Д., Краус А. Развитые поверхности теплообмена. М.: Издательство «Энергия», 1977. 464 с.

2. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы графики. Таблицы. М.: Издательство «Наука», 1968. 344 с.

DETERMINATION OF THE DEPENDENCY OF HEAT FLOW AND EFFECTIVENESS OF FINNING ON PARAMETERS OF MINZHS RIB

Keywords: *induction heater of liquids, spiral rib, thermal conductivity, heat flow, the efficiency of the finning.*

Annotation. *The article contains calculated mathematical expressions of efficiency finning and heat flow led by a rib of upgraded induction heater of liquids.*

МИРОНОВ ЕВГЕНИЙ БОРИСОВИЧ – преподаватель кафедры технического сервиса, Нижегородский государственный инженерно-экономический институт, Россия, Княгинино, (mironov-e@mail.ru).

MIRONOVEVGENIY BORISOVICH– lecturer of the chair «Technical service», Nizhny Novgorod State Engineering and Economic Institute, Russia, Knyaginino, (mironov-e@mail.ru).