

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛОПАСТНОГО КОЛЕСА УСТАНОВКИ ДЛЯ ПРИГОТОВЛЕНИЯ ЖИДКИХ КОРМОВЫХ СМЕСЕЙ

**Ключевые слова:** *напор, подача, скорость, сопротивление, установка, характеристика.*

**Аннотация.** *В данной статье представлено теоретическое определение напорно-расходной характеристики в установке для приготовления жидких кормовых смесей. На основании проведенных исследований получены уравнения, позволяющие определить напор и расход при различной частоте вращения.*

Линии тока относительного движения  $u$  представляют собой произвольные прямые  $1'-2'$  и  $1''-2''$  (рисунок 1). В нашем случае при данной расчётной схеме удельная энергия  $H'_2 \geq H'_1$  на величину удельной энергии  $H'$ , которую среда приобретает в рабочем колесе за счет воздействия на нее лопастей и которая определяется по уравнению:

$$H' = \frac{p'_2 - p'_1}{\rho g} + \frac{c_2'^2 - c_1'^2}{2g} + z'_2 - z'_1, \quad (1)$$

где  $\frac{p'_2 - p'_1}{\rho g}$  – удельная энергия давления в точках  $2'$  и  $1'$ ;

$z'_2 - z'_1$  – удельная энергия положения в точках  $2'$  и  $1'$ ;

$\frac{c_2'^2 - c_1'^2}{2g}$  – удельная кинетическая энергия в точках  $2'$  и  $1'$ .

Для второй ступени  $H''_2 \geq H''_1$  поэтому удельная энергия, приобретаемая в ней средой, будет равна

$$H'' = \frac{P_2'' - P_1''}{\rho g} + \frac{c_2^{2''} - c_1^{2''}}{2g} + z_2'' - z_1'', \quad (2)$$

где  $\frac{P_2'' - P_1''}{\rho g}$  – удельная энергия давления в точках 2'' и 1'';

$z_2'' - z_1''$  – удельная энергия положения в точках 2'' и 1'';

$\frac{c_2^{2''} - c_1^{2''}}{2g}$  – удельная кинетическая энергия в точках 2'' и 1''.

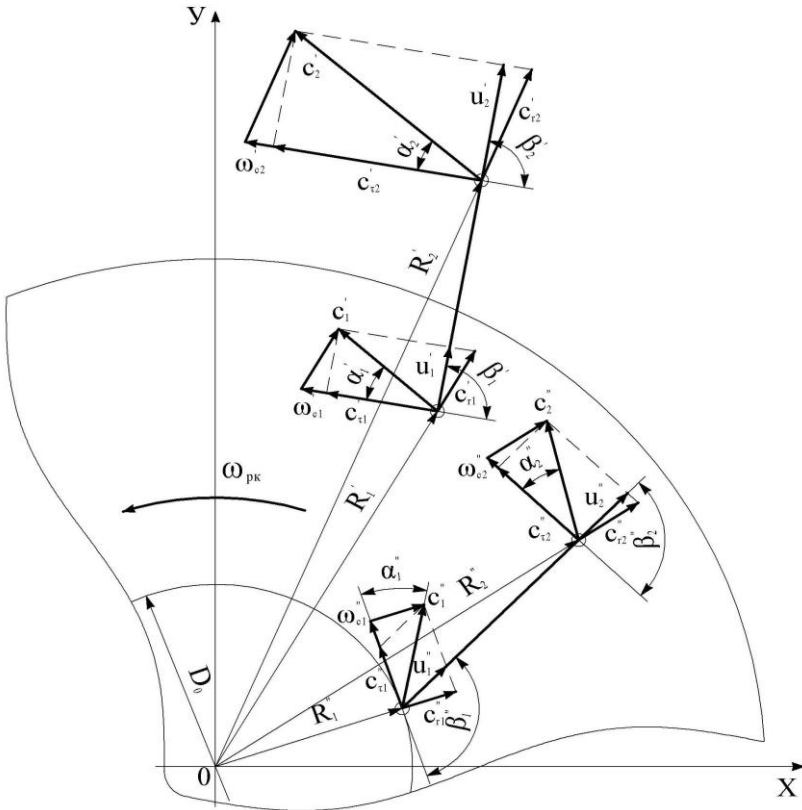


Рисунок 1 – Параллелограмм скоростей лопастного колеса установки

Определим составляющие уравнения (2.5 и 2.6). Используем для этого центр прямоугольной системы координат, который жестко свяжем с центром рабочего колеса (рис. 2.7).

Пользуясь системой дифференциальных уравнений движения жидкости (уравнения Эйлера), получим следующую систему:

$$\begin{cases} \Phi_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt}; \\ \Phi_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt}; \\ \Phi_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\Phi_x, \Phi_y, \Phi_z$  – проекции единичных векторов действующих массовых сил на оси  $ox, oy, oz$ ;

$u_x, u_y, u_z$  – проекции относительных скоростей на оси  $ox, oy, oz$ ;

$p$  – гидростатическое давление в точке ;

$\rho$  – плотность жидкости.

Дифференциальные уравнения (3) преобразуется к виду интегрирования, умножением на производные  $dx; dy; dz$

$$\begin{aligned} \Phi_x dx + \Phi_y dy + \Phi_z dz - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) &= \\ = \frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz. \end{aligned} \quad (4)$$

Заменим в правой части полученного уравнения (4) величины  $dx; dy; dz$  на выражения  $dx=u_x dt; dy=u_y dt; dz=u_z dt$ :

$$\Phi_x dx + \Phi_y dy + \Phi_z dz - \frac{1}{\rho} dp = \frac{du_x}{dt} dx + \frac{du_y}{dt} dy + \frac{du_z}{dt} dz. \quad (5)$$

Сокращая уравнение (5) на  $dt$  и подставляя в правую часть уравнения сумму дифференциалов суммы  $u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 = u^2$ , получим

$$\Phi_x dx + \Phi_y dy + \Phi_z dz - \frac{1}{\rho} dp = d \left( \frac{u^2}{2} \right). \quad (6)$$

Проекция единичных векторов массовых сил в выбранной системе координат равны:

$$\Phi_x = \omega^2 x; \Phi_y = (\omega^2 z - g); \Phi_z = 0. \quad (7)$$

Подставляя значения проекций единичных векторов массовых сил в уравнение (7), получим:

$$\omega^2 x dx + \omega^2 y dz - g dz - \frac{1}{\rho} dp = d\left(\frac{u^2}{2}\right). \quad (8)$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\omega^2 x^2}{2} + \frac{\omega^2 y^2}{2} - gz - \frac{u^2}{2} + k, \quad (9)$$

где  $k$  – постоянная интегрирования.

Заменив  $x^2 + y^2 = R^2$  и поделив на ускорение свободного падения  $g$  получим уравнение, которое позволяет определить величину гидростатического давления в любой точке канала:

$$\frac{p}{\rho} = \frac{\omega^2 R^2}{2} - z - \frac{u^2}{2g} + k_1, \quad (10)$$

где  $k_1 = k/g$ .

Используя полученные уравнения для определения гидростатического давления в любых точках, можно определить его величину в точках 1' и 2', а также 1'' и 2''. Таким образом, значение гидростатического давления в любых точках будет равно:

$$\frac{p_1'}{\rho} = \frac{\omega_1'^2 R_1'^2}{2} - z_1' - \frac{u_1'^2}{2g} + k_1, \quad (11)$$

$$\frac{p_2'}{\rho} = \frac{\omega_2'^2 R_2'^2}{2} - z_2' - \frac{u_2'^2}{2g} + k_1, \quad (12)$$

$$\frac{p_1''}{\rho} = \frac{\omega_1''^2 R_1''^2}{2} - z_1'' - \frac{u_1''^2}{2g} + k_1, \quad (13)$$

$$\frac{p_2''}{\rho} = \frac{\omega_2''^2 R_2''^2}{2} - z_2'' - \frac{u_2''^2}{2g} + k_1. \quad (14)$$

Подставим вычисленные значения гидростатических давлений в уравнения (1) и (2), определяющие величину напора в каждой ступени:

$$H' = \frac{\omega_2'^2 R_2'^2}{2} - z_2' - \frac{u_2'^2}{2g} + k_1 - \frac{\omega_1'^2 R_1'^2}{2} + z_1' - \frac{u_1'^2}{2g} - k_1 + \frac{c_2'^2 - c_1'^2}{2g} + z_2' - z_1'. \quad (15)$$

$$H'' = \frac{\omega_2^{2''} R_2^{2''}}{2} - z_2'' - \frac{u_2^{2''}}{2g} + k_1 - \frac{\omega_1^{2''} R_1^{2''}}{2} + z_1'' - \frac{u_1^{2''}}{2g} -$$

$$-k_1 + \frac{c_2^{2''} - c_1^{2''}}{2g} + z_2'' - z_1'. \quad (16)$$

После несложных преобразований получим значения удельной энергии для каждой ступени:

$$H' = \frac{\omega^2 (R_2^{2'} - R_1^{2'})}{2g} + \frac{u_2^{2'} - u_1^{2'}}{2g} + \frac{c_2^{2'} - c_1^{2'}}{2g}, \quad (17)$$

$$H'' = \frac{\omega^2 (R_2^{2''} - R_1^{2''})}{2g} + \frac{u_2^{2''} - u_1^{2''}}{2g} + \frac{c_2^{2''} - c_1^{2''}}{2g}. \quad (18)$$

Применяя данную теорему косинусов для определения  $u^2 = \omega^2 + c^2 - 2 \cdot \omega \cdot c \cdot \cos \alpha$  выражения (17) и (18), приводим к виду, известному как формула лопастных машин:

$$H' = \frac{\omega_2' c_2' \cos \alpha_2' - \omega_1' c_1' \cos \alpha_1'}{g}, \quad (19)$$

$$H'' = \frac{\omega_2'' c_2'' \cos \alpha_2'' - \omega_1'' c_1'' \cos \alpha_1''}{g}. \quad (20)$$

Общий напор для двух ступеней будет равен:

$$H = \frac{\omega_2' c_2' \cos \alpha_2' - \omega_1' c_1' \cos \alpha_1' + \omega_2'' c_2'' \cos \alpha_2'' - \omega_1'' c_1'' \cos \alpha_1''}{g}. \quad (21)$$

За счет использования двухступенчатой схемы рабочего колеса поток приобретает повышенную удельную энергию.

Подача установки определяется из объема жидкости, поступающей из рабочего колеса за единицу времени. При этом ее значение будет определяться следующей зависимостью:

$$Q_2' = 2 \cdot \pi \cdot R_2' \cdot b_2' \cdot c_{r2}', \quad (22)$$

$$Q_2'' = 2 \cdot \pi \cdot R_2'' \cdot b_2'' \cdot c_{r2}'', \quad (23)$$

где  $Q_2'$  и  $Q_2''$  – соответственно подача устройства на 1 и 2 ступени;

$R_2'$  и  $R_2''$  – соответственно наружный радиус рабочего колеса 1 и 2 ступени;

$b_2'$  и  $b_2''$  – соответственно ширина колеса в выходном сечении 1 и 2 ступени;

$c'_{r2}$  и  $c''_{r2}$  – соответственно радиальные (нормальная выходному сечению) составляющие абсолютной скорости 1 и 2 ступени.

Объем жидкости, поступающей в единицу времени в рабочее колесо устройства ввода и смешивания, без учета стеснения потока лопастями на входе в колесо, можно определить по формуле:

$$Q_1' = 2 \cdot \pi \cdot R_1' \cdot b_1' \cdot c'_{r1}, \quad (24)$$

$$Q_1'' = 2 \cdot \pi \cdot R_1'' \cdot b_1'' \cdot c''_{r1}, \quad (25)$$

где  $Q_1'$  и  $Q_1''$  – соответственно подача устройства на 1 и 2 ступени;

$R_1'$  и  $R_1''$  – соответственно наружный радиус рабочего колеса 1 и 2 ступени;

$b_1'$  и  $b_1''$  – соответственно ширина колеса в выходном сечении 1 и 2 ступени;

$c'_{r1}$  и  $c''_{r1}$  – соответственно радиальные (нормальная входному сечению) составляющие абсолютной скорости 1 и 2 ступени.

Вследствие неразрывности (сплошности) потока подача устройства  $Q$  на каждой ступени будет равна:

$$Q = Q_1' = Q_2' = Q_1'' = Q_2''. \quad (26)$$

Конструктивное исполнение рабочего колеса принимает следующий вид  $b = b_1' = b_2' = b_1'' = b_2''$ . При этом радиальные составляющие абсолютной скорости могут быть определены по формулам:

$$c'_{r1} = \frac{Q}{2\pi R_1' b}; \quad c'_{r2} = \frac{Q}{2\pi R_2' b}, \quad (27)$$

$$c''_{r1} = \frac{Q}{2\pi R_1'' b}; \quad c''_{r2} = \frac{Q}{2\pi R_2'' b}. \quad (28)$$

Из параллелограмма скоростей (рисунок 1) тангенциальные составляющие абсолютной скорости могут быть определены как

$$c'_{\tau 1} = \omega_1' - c'_{r1} \operatorname{ctg} \beta_1', \quad c'_{\tau 2} = \omega_2' - c'_{r2} \operatorname{ctg} \beta_2', \quad (29)$$

$$c''_{\tau 1} = \omega_1'' - c''_{r1} \operatorname{ctg} \beta_1'', \quad c''_{\tau 2} = \omega_2'' - c''_{r2} \operatorname{ctg} \beta_2''. \quad (30)$$

Подставим значения тангенциальных составляющих абсолютной скорости (29) и (30) в основное уравнение лопастного насоса (21) [1 с.5]:

$$H = \frac{\omega_2' \cdot \left( \omega_2' - \frac{ctg \beta_2'}{2\pi R_2'} Q \right) + \omega_1' \cdot \left( \omega_1' - \frac{ctg \beta_2'}{2\pi R_1'} Q \right) + \omega_2'' \cdot \left( \omega_2'' - \frac{ctg \beta_2''}{2\pi R_2''} Q \right) + \omega_1'' \cdot \left( \omega_1'' - \frac{ctg \beta_1''}{2\pi R_1''} Q \right)}{g} \quad (31)$$

Приводим подобные значения с учетом того, что  $v_1' = \omega_1' R_1'$ ,  $v_2' = \omega_2' R_2'$  и  $v_1'' = \omega_1'' R_1''$ ,  $v_2'' = \omega_2'' R_2''$ . При этом  $\omega_1'' = \omega_2'' = \omega$ , величина напора определится выражением:

$$H = \frac{\omega^2 \cdot [(R_2''^2 - R_1''^2) - (R_2'^2 - R_1'^2)]}{g} + \frac{\omega^2 \cdot [(ctg \beta_1' - ctg \beta_2') + (ctg \beta_1'' - ctg \beta_2'')]}{2\pi b g} \quad (32)$$

Или

$$H = A + BQ, \quad (33)$$

$$\text{где } A = \frac{\omega^2 \cdot [(R_2''^2 - R_1''^2) - (R_2'^2 - R_1'^2)]}{g}; B = \frac{\omega^2 \cdot [(ctg \beta_1' - ctg \beta_2') + (ctg \beta_1'' - ctg \beta_2'')]}{2\pi b g}.$$

Получены уравнения для определения напора установки при постоянной частоте вращения рабочего колеса  $n$ . Получены коэффициенты которые постоянны  $A = \text{const}$  и  $B = \text{const}$ , а напорная линия представляет собой прямую. Таким образом, при,  $Q=0$  напор  $H$  равен

$$H = \frac{\omega^2 \cdot [(R_2''^2 - R_1''^2) - (R_2'^2 - R_1'^2)]}{g}, \quad (34)$$

а при напоре  $H=0$

$$Q = \frac{\omega^2 \cdot [(R_2''^2 - R_1''^2) + (R_2'^2 - R_1'^2)] \cdot 2\pi b}{(ctg \beta_1' - ctg \beta_2') \cdot (ctg \beta_1'' - ctg \beta_2'')} \quad (35)$$

Как видно из полученной формулы, вид зависимости  $H=f(Q)$  будет главным образом зависеть от величины углов  $\beta_2$  и  $\beta_1$ . Поэтому линия, характеризующая напор, будет горизонтальной, если будет сохраняться условие  $\beta_2=\beta_1$ , то есть радиальное расположение лопаток.

Построим теоретические напорные характеристики для суммы напоров двух ступеней рабочего колеса (рис 2).

Как видно из рисунка 2, сумма напоров удваивает общий напор. Если имеем большое число лопаток, идеальная характеристика представляет прямую линию, причем характеристики, полученные экспериментальным путем, имеют криволинейный вид, близкий к параболе, это объясняется тем, что в основном уравнении Бернулли не учитываются сопротивления межлопаточных каналов, обусловленные трением о стенки и завихрённостью жидкости [2 с.5].

Местные потери напора связаны с отставанием угловой частоты вращения потока от угловой частоты вращения лопаточного колеса, вызванного конечным числом лопастей и неподвижных направляющих лопаток.

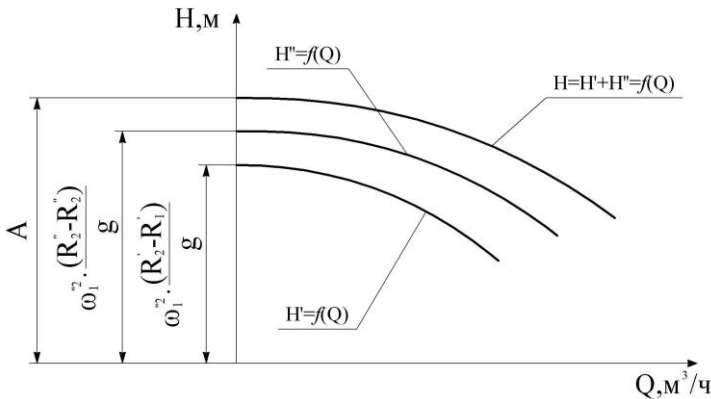


Рисунок 2 – Теоретическая напорная характеристика для первой ступени  $H' = f(Q)$ , второй ступени  $H'' = f(Q)$  рабочего колеса и их сумме  $H = f(Q)$

Для учета сопротивлений в межлопаточных каналах примем зависимость от расхода в виде, аналогичном для трубопровода:

$$h_c = h_0 + k_1 Q + k_2 Q^2. \quad (36)$$

Тогда зависимость  $H = f(Q)$  с учетом сопротивления запишется как

$$H = (A - h_0) - k_1 Q - k_2 Q^2, \quad (37)$$

где  $h_0$  – удельные потери в каналах, м,

$k_1$  и  $k_2$  – экспериментальные коэффициенты, полученные в результате исследования характеристики установки ( $k_1 = B$ ).

Ввиду того, что угол  $\beta_1$  определяется геометрией профиля лопасти, он будет больше выходного угла  $\beta_2$ , который можно определить



по значению величины  $B$ , полученной при экспериментальных исследованиях, решив уравнение (37).

Коэффициенты  $A$ ,  $k_1$  и  $k_2$  в уравнении (37) определяем, используя электронные таблицы «Microsoft Office Excel 2007» и метод наименьших квадратов, при этом получим:

$$H_{750} = 2,31 - 0,012 \cdot Q - 0,103 \cdot Q^2, \quad (38)$$

$$H_{1000} = 3,11 - 0,327 \cdot Q - 0,009 \cdot Q^2, \quad (39)$$

$$H_{1500} = 6,97 - 0,292 \cdot Q - 0,044 \cdot Q^2. \quad (40)$$

По полученным уравнениям (38–40) строим напорную характеристику установки при частотах вращения рабочего колеса 750, 1000 и 1500 мин<sup>-1</sup> (рис. 3).

Напорно-расходные характеристики (рис.3) получены по теоретическим расчетам по уравнениям (38...40). Видно, что для соответствующей частоты вращения напор будет меньше, так как они учитывали потери, принятые при экспериментальных исследованиях.

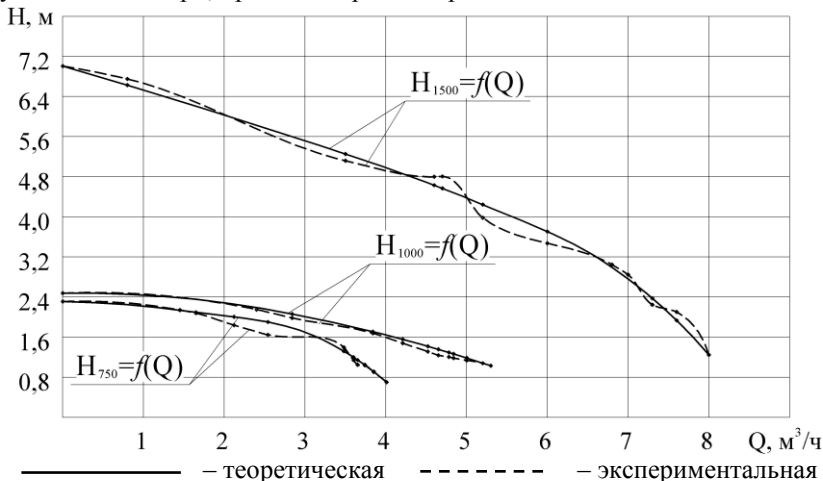


Рисунок 3 – Напорные характеристики установки для приготовления жидких кормовых смесей

По составляющим уравнения (37) можно спрогнозировать напорную характеристику устройства при различной частоте вращения вала рабочего колеса с учетом соответствующих сопротивлений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Русских В. М. Совершенствование конструктивно-технологической схемы молочного насоса с целью расширения его функциональных возможностей: автореф. дис. канд. техн. наук. Киров: 2002. 20 с.
2. Солонщиков П. Н., Совершенствование конструкции и оптимизация параметров установки для приготовления жидких кормовых смесей на базе лопастного насоса: автореф. дис. канд. техн. наук. Киров: 2013. 20 с.

### **DETERMINATION OF HYDRAULIC PERFORMANCE ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ IMPELLER USTANVOKI COOKING LIQUID FEED MIXTURES**

*Keywords:* characteristic impedance, installation, pressure, speed, supply.

*Annotation.* This paper presents a theoretical definition of pressure-flow characteristics in a plant for making liquid feed mixtures. Based on the studies obtained equations to determine the pressure and flow rate at different speeds.

---

**МОХНАТКИН ВИКТОР ГЕРМАНОВИЧ – д. т. н., профессор,  
ФГБОУ ВПО ВятГСХА, Россия, Киров, (mohnatkin@vgsha.info).**

**МОКННАТКИН ВИКТОР ХЕРМАНОВИТЧ – doctor of technical  
sciences, professor, Vyatka State Agricultural Academy, Russia, Ki-  
rov, (mohnatkin@vgsha.info).**

**СОЛОНЩИКОВ ПАВЕЛ НИКОЛАЕВИЧ – к. т. н., ФГБОУ ВПО  
ВятГСХА, Россия, Киров, (solon-pavel@yandex.ru).**

**SOLONSCHIKOV PAVEL NIKOLAEVICH – Ph.D., Vyatka State  
Agricultural Academy, Russia, Kirov, (solon-pavel@yandex.ru).**

**ФИЛИНКОВ АНДРЕЙ СЕРГЕЕВИЧ – к. т. н., ФГБОУ ВПО  
ВятГСХА, Россия, Киров, (filin-a@yandex.ru).**

**FILINKOV ANDREW SERGEEVICH – Ph.D., Vyatka State Agricul-  
tural Academy, Russia, Kirov, (filin-a@yandex.ru).**

---